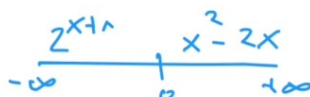


BLOQUE B

EJERCICIO 3

Se considera la función $f(x) = \begin{cases} 2^{x+1} & \text{si } x < 0 \\ x^2 - 2x & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$



a) (1 punto) Estudie la continuidad y derivabilidad de la función f en su dominio.

b) (0.8 puntos) Estudie la monotonía de la función f y calcule el mínimo.

c) (0.7 puntos) Calcule $\int_{-2}^2 f(x) dx$.

$$a) \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} 2^{x+1} = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} (x^2 - 2x) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} 2^{x+1} = 2 \quad \left\{ \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) \rightarrow f \text{ no es cta.} \\ \lim_{x \rightarrow 0^+} x^2 - 2x = 0 \end{array} \right. \text{ tampoco es derivable.}$$

$$b) f'(x) = \begin{cases} 2^{x+1} \cdot \ln 2 & \text{si } x < 0 \\ 2x - 2 & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

$$\text{!} \cdot \ln 2 = 0; 2^{x+1} = 0 \rightarrow \text{No tiene solución.}$$

$$-2 = 0 \rightarrow \boxed{x = 1}$$

$$\text{Min. en } x = 1 \rightarrow f(1) = 1^2 - 2 \cdot 1 = -1$$

(1, -1)

c)

$$\int_{-2}^2 f(x) dx = \int_{-2}^0 2^{x+1} dx + \int_0^2 (x^2 - 2x) dx = \left. \frac{2^{x+1}}{\ln 2} \right|_{-2}^0 + \left. \left(\frac{x^3}{3} - x^2 \right) \right|_0^2$$

$$\frac{1}{\ln 2} \int_{-2}^0 2^{x+1} \cdot \ln 2 dx = \frac{2^{x+1}}{\ln 2} \left[\left(\frac{2^{0+1}}{\ln 2} - \frac{2^{-2+1}}{\ln 2} \right) + \left(\frac{2^3}{3} - 2^2 - \left(\frac{0^3}{3} - 0^2 \right) \right) \right]$$

$$\int x^2 - 2x dx = \frac{x^3}{3} - \frac{2x^2}{2}$$