

1. Usando la definición de derivada de una función en un punto, averigua la derivada en $x=2$:

a) $f(x) = \frac{3x-2}{7}$ b) $f(x) = x^2 - 4$ c) $f(x) = (x-5)^2$ d) $f(x) = \frac{2+x}{x}$

2. Estudia la derivabilidad de la siguiente función en el punto:

$a) f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{si } x < 2 \\ 3x-2 & \text{si } x \geq 2 \end{cases} \text{ en } x=2$	$b) f(x) = \begin{cases} x^2 - 3x & \text{si } x \leq 3 \\ 3x-9 & \text{si } x > 3 \end{cases} \text{ en } x=3$
--	---

3. Estudia la derivabilidad y la continuidad de:

$a) f(x) = \begin{cases} x^2 - 5x + m & \text{si } x \leq 1 \\ -x^2 + nx & \text{si } x > 1 \end{cases} \text{ en } x=1$	$b) f(x) = \begin{cases} x^2 - mx + 5 & \text{si } x \leq 0 \\ -x^2 + n & \text{si } x > 0 \end{cases} \text{ en } x=0$
--	---

4. Estudia la derivabilidad y la continuidad de las siguientes funciones:

$a) f(x) = x^2 - 4 $	$b) f(x) = \begin{cases} -x^2 + 1 & \text{si } x < 0 \\ 1 & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$	$c) f(x) = \begin{cases} x^2 - x & \text{si } x \leq 0 \\ \text{sen } x & \text{si } x > 0 \end{cases}$
-----------------------	--	---

5. Demuestra, usando la definición de derivada que la siguiente función no es derivable en $x=1$ $f(x) = x|x-1|$

6. Comprueba que f es continua pero no derivable en $x=2$ $f(x) = \begin{cases} \ln(x-1) & \text{si } x < 2 \\ 3x-6 & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$

7. Considera la función: $f(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 0 \\ x^2 & \text{si } 0 \leq x < 1 \\ x & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$

- a) Estudia su continuidad.
- b) Estudia su derivabilidad.

8. Estudia la continuidad y derivabilidad de $f(x) = \begin{cases} -1 & \text{si } x=0 \\ \frac{2x(x-3)}{x^2-9} & \text{si } x \neq 0 \text{ y } x \neq 3 \\ 1 & \text{si } x=3 \end{cases}$

9. Estudia la continuidad y derivabilidad de:

$a) f(x) = \frac{1}{1+ x }$	$b) f(x) = \frac{ x }{x^2-1}$
-----------------------------	-------------------------------

10. Calcula a y b para que la siguiente función sea derivable en todo \mathbb{R}

$f(x) = \begin{cases} ax^2 + 3x & \text{si } x \leq 2 \\ x^2 - bx - 4 & \text{si } x > 2 \end{cases}$	$f(x) = \begin{cases} x^3 - x & \text{si } x \leq 0 \\ ax + b & \text{si } x > 0 \end{cases}$
---	---

11. Calcula m y n para que la función sea derivable:

$a) f(x) = \begin{cases} x^2 - 5x + m & \text{si } x \leq 1 \\ -x^2 + nx & \text{si } x > 1 \end{cases} \text{ en } x=1$	$b) f(x) = \begin{cases} x^2 - mx + 5 & \text{si } x \leq 0 \\ -x^2 + n & \text{si } x > 0 \end{cases} \text{ en } x=0$
--	---

12. Calcula los valores de a y c para que la función sea derivable en

$$x = 1 \quad f(x) = \begin{cases} ax^2 + c & \text{si } x \leq 1 \\ \ln x & \text{si } x > 1 \end{cases} \quad \text{en } x = 1 \quad \text{Da en ese caso la ecuación de la recta tangente a la}$$

gráfica de f en x = 1.

13. Dada la siguiente función calcula a y b para que sea continua y derivable en x = 0

$$f(x) = \begin{cases} \text{sen}x & \text{si } x \leq 0 \\ -x^2 + ax + b & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

14. Encuentra la ecuación de la tangente a la curva $f(x) = xe^{-x}$ en el punto de abscisa x = 1.

15. Halla en qué punto (puntos) la recta tangente a la curva $f(x) = x^3 - 3x + 1$ es paralela al eje OX, y encuentra la ecuación de esa (o esas rectas).

16. Halla un punto de la gráfica de $y = x^2 + x + 5$ en el cual la recta tangente sea paralela a la recta $y = 3x - 8$

17. Determina el valor de k que hace que la función $f(x) = \frac{e^x}{x^2 + k}$ tenga un único punto de tangente horizontal.

18. Deriva las siguientes funciones:

a) $f(x) = (x^2 - 5x + 3)^6$	l) $f(x) = \ln \frac{1 + \text{sen}x}{1 - \text{sen}x}$
b) $f(x) = \sqrt[3]{3x^2}$	ll) $f(x) = \text{sen}^2 x + \cos^2 x + x$
c) $f(x) = \sqrt{2x - 5}$	m) $f(x) = \sqrt{\frac{1 - \text{tg}x}{1 + \text{tg}x}}$
d) $f(x) = \sqrt{\text{sen}x}$	n) $f(x) = \frac{1 - x}{1 + x}$
e) $f(x) = \text{sen}(x^2 - 5x + 1)$	ñ) $f(x) = \text{arctg}(2x + 1)$
f) $f(x) = \text{sen}\sqrt{5x - 1}$	o) $f(x) = \text{arcsen}\sqrt{x}$
g) $f(x) = 5^{x^2 - 4}$	p) $f(x) = 2^{x^2 - 4}$
h) $f(x) = 5e^{x^2 - 3x}$	q) $f(x) = e^{-3x} \cdot \text{sen}(2x - 3)$
i) $f(x) = \ln(5x - 1)$	r) $f(x) = \ln(5x - 1)$
j) $f(x) = \ln \ln x$	
k) $f(x) = \text{arctg}(\text{sen}x)$	

19. Calcula las siguientes derivadas por derivación logarítmica:

a) $y = x^{x+1}$	c) $y = x^{\text{tg}x}$	e) $y = (x^2 - 1)^{\text{tg}x}$
b) $y = x^{\text{sen}x}$	d) $y = (\cos x)^{\text{sen}x}$	f) $y = (3x + 1)^{\cos 2x}$

20. ¿Cuántos puntos hay en los que la siguiente función no tiene derivada? $f(x) = |x^2 + 6x + 8|$

21. Dada la función $f(x) = e^{\text{sen}x}$ halla: f' , f'' , f''' .

22. Dada la función $f(x) = x \cdot |x|$ calcula: f' , f'' , f'''